***Занятие №16.***

Решение олимпиадных задач. Лента Мёбиуса.

1. ***Разминка.***
2. Переложите три спички так, чтобы рыбка поплыла в противоположную сторону.

*Решение:*

1. Разделите лунный серп двумя прямыми линиями на шесть частей.

*Решение:*

1. ***Решение домашних задач.***
2. ***Решение олимпиадных задач.***
3. Половина от одной сотой – это ? (*0,005*).
4. Миллион миллиграммов равен ? (*1кг*).
5. Если уменьшаемое уменьшить на 3, а из вычитаемого вычесть 3, то разность ? *(не* *изменится*).
6. Длина крокодила от головы до хвоста равна 4,5м, а от хвоста до головы 24 пяди. Это значит, что одна пядь:

(А) меньше 15см (В) больше 15, но меньше 16

(С) больше 17, но меньше 18 (D) больше 18, но меньше 19

(Е) больше 20см.

*Решение.*450:24=18,75. Ответ - D.

5) Какой угол образуют стрелки часов?



6) Если из суммы первых ста чётных натуральных чисел вычесть сумму первых ста нечётных натуральных чисел,то получится …?

*Решение*. 2+4+6+8+…

-

1+3+5+7+…

1+1+1+1+… =100.

1. Какая из линий самая короткая?



*Ответ:* В.

1. Вася разложил 17 орехов на кучки так, что во всех кучках оказалось различное число орехов. Какое наибольшее число кучек у него могло получиться?

*Ответ:* 5 кучек. 1+2+3+4+7.

C:\Documents and Settings\нина\Local Settings\Temporary Internet Files\Content.IE5\441FPGER\MCj03323240000[1].wmf9) Если лягушонок зелёный, то он весёлый. Если лягушонок не весёлый, то он сидит на берегу. Все лягушата либо зелёные, либо пёстренькие. Если лягушонок пёстренький. То он плавает в воде. Тогда обязательно:

(А) все лягушата пёстренькие (В) все лягушата плавают в воде

(С) все лягушата – весёлые (D) все лягушата – не весёлые

(Е) все весёлые лягушата – зелёные.

*Ответ:* С.

10) Каким числом способов можно составить поезд из четырёх вагонов – красного,синего, жёлтого и зелёного, если всегда ставить красный вагон впереди жёлтого?

*Решение*. 6 способов, (3!=1·2·3).

**С**

**З**

**З**

**З**

**С**

**К** **Ж**

**К** **Ж**

**С**

**К** **Ж**

**З**

**С**

**С**

**З**

**К** **Ж**

**К** **Ж**

**С**

**З**

**К** **Ж**

1. ***Лента Мёбиуса. Топология.***

Топология является одним из самых молодых разделов современной геометрии. Чтобы получить некоторые представления о топологии, рассмотрим несколько топологических опытов с поверхностями, полученными из бумажной полоски примерно 30см в длину и 3см в ширину.

[](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:August_Ferdinand_M%C3%B6bius.png)Этот опыт провёл в середине XIXв. немецкий астроном и геометр Август Мёбиус.

Перекрученное кольцо в последствии назвали листом или лентой Мёбиуса. Это поверхность с одной стороной!



**Опыты с лентой Мёбиуса.**

*Опыт 1.* Разрежьте простое и перекрученное кольцо.

*Опыт 2.* Перекрутите полоску дважды и разрежьте. Можно продолжить увеличивать обороты.

*Опыт 3.* Склейте лист Мёбиуса шириной 5см. Что получится, если разрезать его вдоль, отступив сначала 1см, 2см, 3см, 4см.

*Опыт 4.* Приготовьте два кольца: одно простое и одно перекрученное. Склейте их, а затем оба разрежьте вдоль. Каков результат разрезания?

*C:\Documents and Settings\нина\Local Settings\Temporary Internet Files\Content.IE5\Y4FIAPDQ\MCj03333080000[1].wmfОпыт 5.* Отправьте солдатика вдоль пунктира, идущего посередине листа Мёбиуса. В каком виде солдатик вернётся к месту старта?

Лист Мёбиуса – один из объектов топологии. Интересно, что с точки зрения топологии гайка, макаронина и кружка – одинаковые объекты, они имеют одно отверстие. Одна из этих фигур может быть получена из другой растяжением.

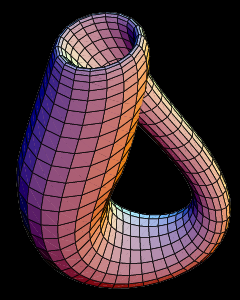
*Демонстрация анимации «Из кружки в бублик».*

А вот кастрюлька с двумя ручками – это уже другой объект (в неё две дырки-ручки).

*Придумайте ещё объекты, одинаковые с гайкой с точки зрения топологии. Перечислите несколько «топологических родственников шара.*

*Какие буквы русского алфавита можно преобразовать друг в друга?*

**Другие топологические объекты.**

Бутылка Клейна, погружённая в трёхмерное пространство.

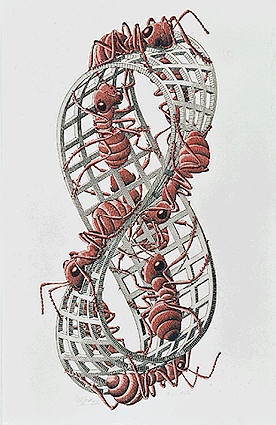
**Бутылка Клейна** — это определённая неориентируемая [поверхность](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) (то есть двумерное [многообразие](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D0%B5)). Бутылка Клейна впервые была описана в [1882](http://ru.wikipedia.org/wiki/1882) г. немецким [математиком](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA) [Ф. Клейном](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D0%B5%D0%B9%D0%BD,_%D0%A4%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D0%BA%D1%81). Она тесно связана с [лентой Мёбиуса](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0_%D0%9C%D1%91%D0%B1%D0%B8%D1%83%D1%81%D0%B0) и [проективной плоскостью](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%BB%D0%BE%D1%81%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C). Название, по-видимому, происходит от неправильного перевода немецкого слова *Fläche* (поверхность), которое в немецком языке близко по написанию к слову *Flasche* (бутылка).

Чтобы построить модель бутылки Клейна, необходимо взять бутылку с двумя отверстиями: в донышке и в стенке, вытянуть горлышко, изогнуть его вниз, и продев его через отверстие в стенке бутылки (для настоящей бутылки Клейна в четырёхмерном пространстве это отверстие не нужно, но без него нельзя обойтись в трёхмерном [евклидовом пространстве](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE)), присоединить к отверстию на дне бутылки.

В отличие от обыкновенного стакана у этого объекта нет «края», где бы поверхность резко заканчивалась. В отличие от воздушного шара можно пройти путь изнутри наружу не пересекая поверхность (то есть на самом деле у этого объекта нет «внутри» и нет «снаружи»).

**[](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Recycle001.svg)Искусство и технология**

Международный символ переработки представляет собой Лист Мёбиуса.



Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и для графического искусства. [Эшер](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%88%D0%B5%D1%80,_%D0%9C%D0%B0%D1%83%D1%80%D0%B8%D1%86_%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%81) был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих [литографий](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B8%D1%82%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D1%8F) этому математическому объекту. Одна из известных — [лист Мёбиуса II](http://www.mcescher.com/Gallery/recogn-bmp/LW441.jpg), показывает муравьёв, ползающих по поверхности ленты Мёбиуса.

Лист Мёбиуса также постоянно встречается в [научной фантастике](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), например в рассказе [Артура Кларка](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D0%B0%D1%80%D0%BA,_%D0%90%D1%80%D1%82%D1%83%D1%80) *«Стена Темноты»*. Иногда научно-фантастические рассказы (вслед за физиками-теоретиками) предполагают, что наша [Вселенная](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%81%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F) может быть некоторым обобщенным листом Мёбиуса.

Также кольцо Мёбиуса постоянно упоминается в произведениях уральского писателя Владислава Крапивина, цикл «В глубине Великого Кристалла» (напр. [«Застава на Якорном Поле. Повесть»](http://www.rusf.ru/vk/book/zastava_na_jakornom_pole/main.htm)).

В рассказе «Лист Мёбиуса» автора А. Дж. Дейча, [бостонское](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%BD) [метро](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%BE) строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в ленту Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда.

Существуют технические применения ленты Мёбиуса. Полоса [ленточного конвейера](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9B%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D0%B9%D0%B5%D1%80&action=edit&redlink=1) выполняется в виде ленты Мёбиуса, что позволяет ему работать дольше, потому что вся поверхность ленты изнашивается равномерно. Также в системах записи на непрерывную плёнку применяются ленты Мёбиуса (чтобы удвоить время записи). Во многих [матричных принтерах](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80#.D0.9C.D0.B0.D1.82.D1.80.D0.B8.D1.87.D0.BD.D1.8B.D0.B5_.D0.BF.D1.80.D0.B8.D0.BD.D1.82.D0.B5.D1.80.D1.8B) красящая лента также имеет вид листа Мёбиуса для увеличения её ресурса. Устройство под названием [резистор Мёбиуса](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A0%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%9C%D1%91%D0%B1%D0%B8%D1%83%D1%81%D0%B0&action=edit&redlink=1) — это недавно изобретённый электронный элемент, который не имеет собственной [индуктивности](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C).

***Домашнее задание.***

**В**

**А**

**16.1.** Муравей ползёт по поверхности кубика из точки А в точку В

 по пути, отмеченному стрелками.

Чему равна длина этого пути, если ребро кубика равно 12 см?

**16.2.** Царь Кащей подобрел и решил потратить 50 золотых монет на подарки детям. В сундуке у него хранится 5 ларцов, в каждом ларце по 3 шкатулки, а в каждой шкатулке по 10 золотых монет! Сундук, ларцы и шкатулки заперты на замки. Какое наименьшее число замков потребуется открыть Кащею, чтобы достать 50 золотых монет?

**16.3.** Для украшения класса к празднику 8 Марта купили воздушные шарики: красные, синие и зелёные. Некоторые из них длинные, а некоторые - круглые. Все зелёные шарики – круглые, а все длинные – красные. Тогда обязательно:

(А) все красные шарики – длинные,

(В) некоторые длинные шарики – синие

(С) все круглые шарики – зелёные

(Д) все синие шарики – круглые

(Е) некоторые синие шарики – длинные.

***Решения.***

16.1. Решение: 12·4=48(см).

16.2. Решение: Кащею надо открыть 5 шкатулок, 2 ларца и 1 сундук. Итого: 8 замков.

16.3. Верное высказывание: все синие шарики - круглые.